

文章编号:1000-8055(2012)11-2629-06

小轮双向修形参数对面齿轮副啮合性能的影响

吴 聪¹, 李大庆², 魏冰阳¹

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003;

2. 江苏大学 机械工程学院, 江苏 镇江 212013)

摘 要: 提出了面齿轮传动副小轮双向修形方法, 推导了修形小轮及面齿轮齿面方程, 建立了考虑安装误差的传动啮合方程, 研究了局部共轭面齿轮副的啮合特性. 算例分析表明: 通过对小轮双向修形, 可以获得开口向下的抛物线传动误差, 改变双向修形参数值能控制接触路径的走向和传动误差的幅值. 该方法能实现对面齿轮副局部共轭啮合特性的预控, 对避免面齿轮副传动的边缘接触, 抑制其啮合振动、噪声具有重要的理论意义.

关 键 词: 面齿轮; 局部共轭; 抛物线; 接触分析; 安装误差

中图分类号: V232.8

文献标志码: A

Meshing performance of face gear drive based on pinion asymmetric double crowned

WU Cong¹, LI Da-qing², WEI Bing-yang¹(1. School of Mechanical and Electronic Engineering,
Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China;2. School of Mechanical Engineering,
Jiangsu University, Zhenjiang Jiangsu 212012, China)

Abstract: A new modification method for face gear was proposed as the pinion double crowned. The derivations of surface equations of tooth modified pinion and face-gear were obtained respectively. The meshing performance investigation of the local conjugate face-gear pair was presented after the tooth contact analysis was achieved taking the assembly errors into consideration. Finally, the calculated examples show that it enables the transmission errors to form a parabolic function, and enables the direction of contact path and the magnitude of transmission errors to get good control while the factors are pre-designed. The meshing performance of the local conjugate gear pair can obtain an anticipating controllability by using this method, which is quite important for restraining the edge contact, vibration and noise of face gear drive.

Key words: face gear; local conjugate; parabolic; contact analysis; assembly errors

由于面齿轮传动在分流-汇流方面表现出的潜在优势, 使之在航空动力传输领域具有广阔的应用前景^[1-4]. 理想的面齿轮传动是局部共轭齿轮

副(点接触)^[5], 这是因为完全共轭(线接触)面齿轮副对加工、安装误差十分敏感^[6]. Litvin 等^[7-8]提出通过小轮和大轮产形轮(插齿刀)齿数差实现

收稿日期: 2011-11-14

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20121115.1028.033.html>

基金项目: 国家自然科学基金(51075121)

作者简介: 吴聪(1987-), 男, 湖北洪湖人, 硕士生, 主要研究方向为齿轮设计及制造.

了点接触面齿轮传动,但由于接触路径垂直于面齿轮齿面根锥,容易产生边缘接触.沈云波、赵宁等对面齿轮副齿廓方向进行了修形,使面齿轮副获得了准共轭特性,可以得到倾斜的接触路径,但对安装误差同样敏感^[9-10].本文对面齿轮副的小轮做了双向(齿廓和齿向)修形^[11],且大轮产形轮和小轮无齿数差,来实现面齿轮点接触,得到局部共轭面齿轮副.这种修形方法能获得抛物线型的几何传动误差函数;能实现对面齿轮副局部共轭啮合特性的预控,抑制面齿轮副的边缘接触,啮合振动、噪声;可降低接触印痕对安装误差的敏感性,进一步改善面齿轮副传动啮合性能.

1 局部共轭面齿轮副齿面方程的推导

1.1 齿条齿面方程

齿廓方向抛物线修形齿条刀具实现小轮齿廓修形,而大轮产形轮则由直齿条展成. A, A_1 分别表示直齿条和齿廓修形齿条,如图 1 所示, S_i ($i = s, p$, s 和 p 分别代表产形轮和小轮)为齿条坐标系, α_d 为齿条压力角, u_0 为齿廓修形抛物线顶点位置参数; a_i ($i = 1$) 为齿廓修形抛物线系数,要实现小轮齿廓方向鼓形,故其值取负值.

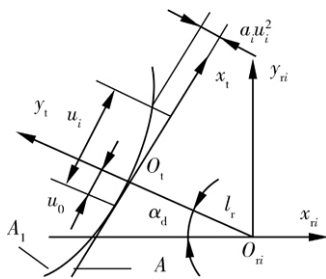


图 1 齿条齿廓
Fig. 1 Rack-cutter profile

齿条齿面方程和齿面单位法矢为

$$\mathbf{r}_{ri} = \mathbf{r}_{ri}(u_i, \theta_i) \tag{1}$$

$$\mathbf{n}_{ri}(u_i, \theta_i) = \frac{\partial \mathbf{r}_{ri} / \partial u_i \times \partial \mathbf{r}_{ri} / \partial \theta_i}{|\partial \mathbf{r}_{ri} / \partial u_i \times \partial \mathbf{r}_{ri} / \partial \theta_i|} \tag{2}$$

式中 u_i, θ_i 分别为齿条沿齿廓方向和长度方向的齿面参数.

1.2 产形轮齿面方程及小轮第一次修形(齿廓)

产形轮及齿廓修形小轮齿面 Σ_i ($i = s, p$) 由齿条展成,如图 2 所示.

S_n 为与机床固联的坐标系, S_i 为产形轮或小轮的移动坐标系, ρ_i 为齿轮分度圆半径, φ_i 为齿轮转角, $\rho_i \varphi_i$ 为齿条沿 x_{ri} 方向位移.

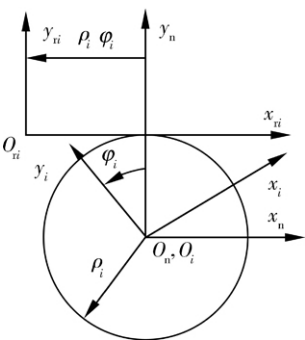


图 2 产形轮或小轮的展成
Fig. 2 Generation of shaper or pignon

产形轮及齿廓修形小轮的齿面方程、齿面单位法矢和啮合方程为

$$\mathbf{r}_i(u_i, \theta_i, \varphi_i) = \mathbf{M}_{iri}(\varphi_i) \mathbf{r}_{ri}(u_i, \theta_i) \tag{3}$$

$$\mathbf{n}_i(u_i, \theta_i) = \mathbf{L}_{iri}(\varphi_i) \mathbf{n}_{ri}(u_i, \theta_i) \tag{4}$$

$$f(u_i, \varphi_i) = u_i - \varphi_i \rho_i \sin \alpha_d = 0 \tag{5}$$

式中 $\mathbf{M}_{iri}(\varphi_i)$ 为坐标系 S_{ri} 到 S_i 的坐标变换矩阵, $\mathbf{L}_{iri}(\varphi_i)$ 为坐标系 S_{ri} 到 S_i 的矢量转化矩阵.

1.3 小轮第二次修形(齿向)

修形刀具沿齿长方向走抛物线轨迹,朝轮齿两端方向对齿厚进行逐渐减薄修整,实现小轮齿向鼓形,如图 3 所示. S_1 为小轮坐标系, S_c 为辅助坐标系, S_0 为刀具坐标系. l 为抛物线横轴系数, u 为齿向修形抛物线顶点位置参数, a 为齿长修形抛物线系数要实现小轮齿长方向鼓形,故其值取正值.

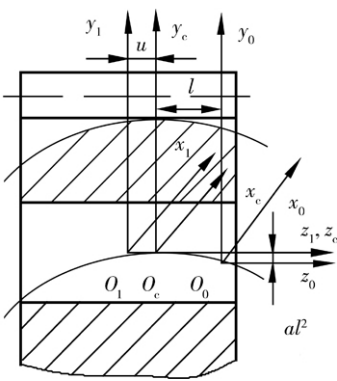


图 3 小轮齿向修形
Fig. 3 Generation of double crowned

刀具横截面廓形为齿廓修形小轮横截面廓形 ($z_p = 0$ 时)

$$\mathbf{r}_0(u_p) = [\mathbf{r}_{px}(u_p, 0) \quad \mathbf{r}_{py}(u_p, 0) \quad 0 \quad 1]^T \tag{6}$$

双向修形小轮齿面方程和齿面单位法矢为

$$\mathbf{r}_1(u_p, l) = \mathbf{M}_{10}(l) \mathbf{r}_0(u_p) \tag{7}$$

$$n_1(u_p,l)=\frac{\partial r_1/\partial u_p\times\partial r_1/\partial l}{|\partial r_1/\partial u_p\times\partial r_1/\partial l|}\tag{8}$$

式中 $M_{10}(l)$ 为坐标系 S_0 到 S_1 的坐标变换矩阵。
运用 Matlab 编写程序,绘制了双向修形小轮齿面,如图 4 所示.小轮双向修形齿面与小轮原渐开线齿面实现点接触,接触点为 P .

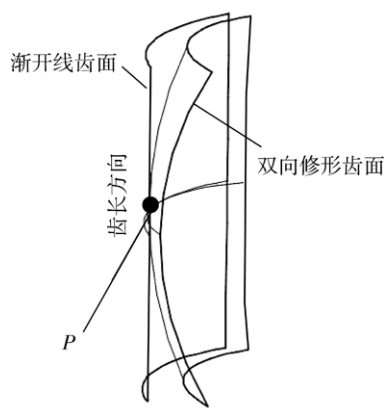


图 4 双向修形齿面绘制
Fig. 4 Surface of double crowned pion

1.4 面齿轮齿面方程

已知产形轮齿面方程,根据坐标变换和啮合方程推导出面齿轮齿面方程 r_2 ,如图 5 所示. S_m , S_s 和 S_2 分别固联于机床、产形轮和面齿轮, S_p , S_b 为辅助坐标系. R_m 为产形轮在旋转轴方向的

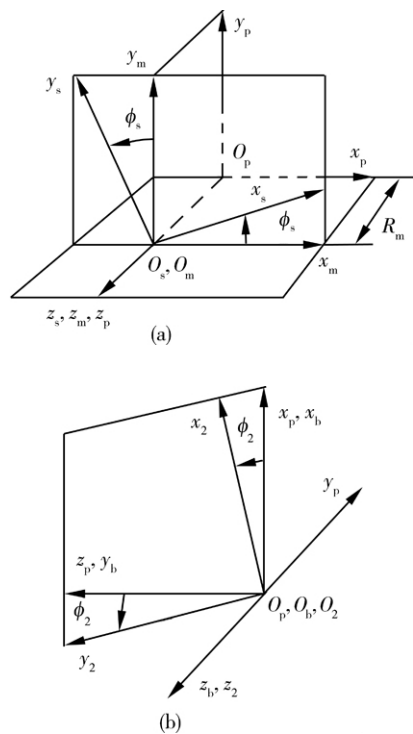


图 5 面齿轮的展成

Fig. 5 Generation of face gear surface

安装距, ϕ_s 和 ϕ_2 分别为产形轮和面齿轮的转角, $\phi_2 = \phi_s N_s / N_2$, N_s 和 N_2 分别为产形轮和面齿轮的齿数.

面齿轮齿面方程 Σ_2 和齿面单位法矢为

$$\begin{cases} r_2(u_s,\theta_s,\phi_s)=M_{2s}(\phi_s)r_s(u_s,\theta_s) \\ f_{2s}(u_s,\theta_s,\phi_s)=0 \end{cases}\tag{9}$$

$$n_2(u_s,\theta_s,\phi_s)=L_{2s}(\phi_s)n_s(u_s,\theta_s)\tag{10}$$

式中 $M_{2s}(\phi_s)$ 为坐标系 S_s 到 S_2 的坐标变换矩阵, $L_{2s}(\phi_s)$ 为坐标系 S_s 到 S_2 的矢量转化矩阵.

2 轮齿接触分析(TCA)

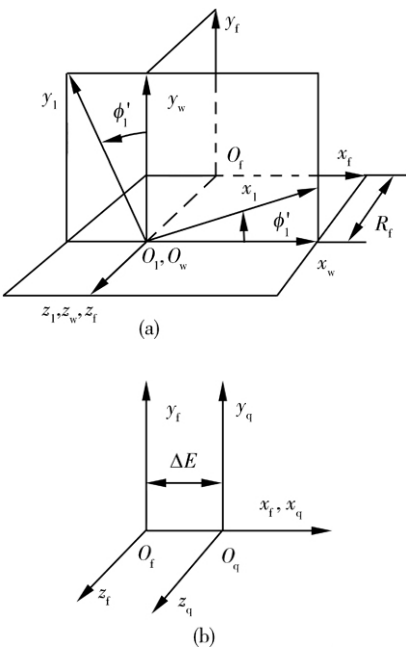
建立含安装误差的啮合坐标系,见图 6, S_1 和 S_2 分别为小轮和面齿轮的动坐标系, S_f 为固定坐标系,辅助坐标系 S_w , S_q 和 S_c 模拟了面齿轮副安装误差关系. R_f 为小轮在旋转轴方向的安装距, ϕ'_1 和 ϕ'_2 分别为小轮和面齿轮啮合时的转角, ΔE 为轴交错位移误差, Δq 为面齿轮副轴向安装误差, Δr 为轴交角误差. 坐标系 S_f 中建立了轮齿接触分析方程

$$\begin{cases} r_f^{(1)}(u_1,l,\phi'_1)=r_f^{(2)}(u_s,\theta_s,\phi'_2) \\ n_f^{(1)}(u_1,l,\phi'_1)=n_f^{(2)}(u_s,\theta_s,\phi'_2) \end{cases}\tag{11}$$

其中

$$\begin{cases} r_f^{(1)}(u_1,l,\phi'_1)=M_{f1}(\phi'_1)r_1(u_1,l) \\ r_f^{(2)}(u_s,\theta_s,\phi'_2)=M_{f2}(\phi'_2)r_2(u_s,\theta_s) \\ n_f^{(1)}(u_1,l,\phi'_1)=L_{f1}(\phi'_1)n_1(u_1,l) \\ n_f^{(2)}(u_s,\theta_s,\phi'_2)=L_{f2}(\phi'_2)n_2(u_s,\theta_s) \end{cases}\tag{12}$$

式中 M_{f1} 和 M_{f2} 分别为 S_1 和 S_2 到 S_f 的变换矩阵, L_{f1} 和 L_{f2} 分别为 S_1 和 S_2 到 S_f 的矢量变换矩阵.



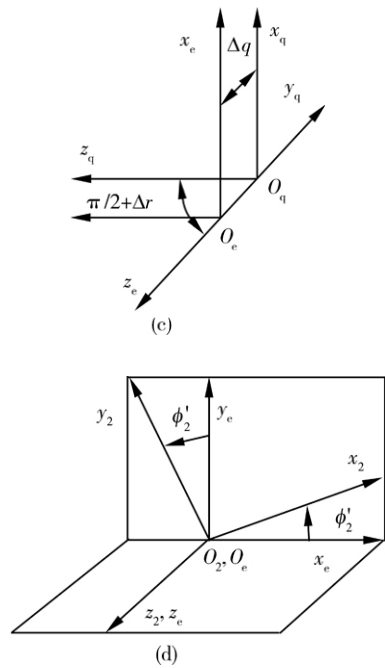
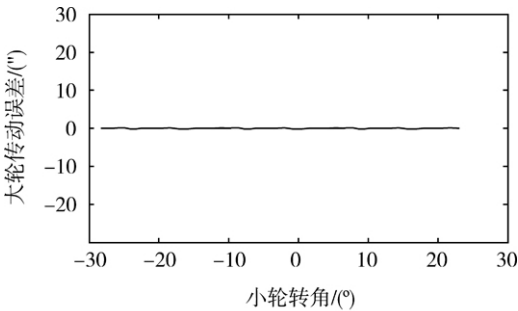


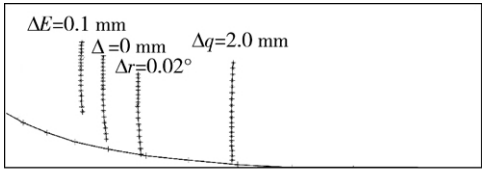
图 6 啮合坐标系

Fig. 6 Coordinate systems applied for simulation of meshing

垂直大轮根锥且偏向面齿轮内侧,对安装误差较敏感.



(a) 无安装误差时传动误差

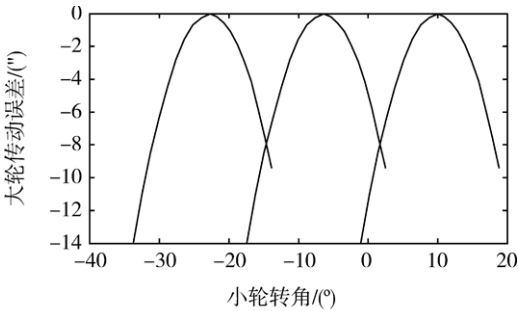


(b) 接触路径

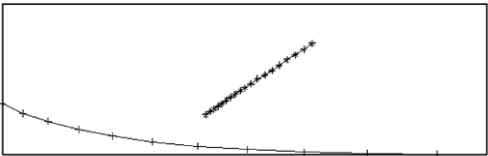
图 7 实例 1 无安装误差时传动误差和接触路径

Fig. 7 Contact path and driving error results for case 1 with no assembly errors

由图 8 和图 9 可知,小轮双向修形面齿轮副传动能得到开口向下的非对称抛物线型几何传动误差,说明小轮齿顶修形量比齿根处大,有利于轮齿的弯曲强度;面齿轮齿面上接触路径与根锥倾斜一定角度且基本位于齿面中部.当双向修形抛物线系数 $a_1 = -0.01 \text{ mm}^{-1}$, $a = 0.005 \text{ mm}^{-1}$ 调整



(a) 传动误差



(b) 接触路径

图 8 实例 2 无安装误差条件 $u_0=0, u=0$ 时, 传动误差和接触路径

Fig. 8 Contact path and driving error results for case 2 with no assembly errors when $u_0=0, u=0$

运用 Matlab 编写程序,以一定步长 ϕ'_1 为已知参数,解非线性方程组^[12-15],可求得一系列接触点.

3 算例

设计了 3 组算例见表 1,实例 1 中表示传统的面齿轮副,实例 2、实例 3 中则为修形参数不同的双向修形面齿轮副.

表 1 面齿轮副设计参数
Table 1 Design parameters

设计参数	实例 1	实例 2	实例 3
产形轮齿数 N_s	25	25	25
小轮齿数 N_1	22	25	25
面齿轮齿数 N_2	89	89	89
模数 m	3	3	3
法面压力角 $\alpha_d/(^\circ)$	20	20	20
轴交角 $\gamma/(^\circ)$	90	90	90
面齿轮内半径 R_1/mm	129	129	129
面齿轮外半径 R_2/mm	151	151	151
齿廓修形系数 a_1/mm^{-1}	0	-0.01	-0.02
齿向修形系数 a/mm^{-1}	0	0.005	0.003

由图 7 可知,实例 1 中传统面齿轮副传动在无安装误差情况下,传动误差为 0,接触路径近似

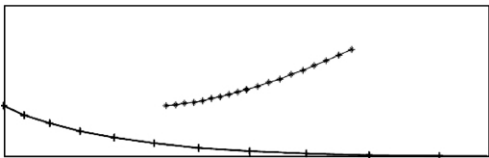


图 9 实例 3 无安装误差条件下
 $u_0=0, u=0$ 时接触路径

Fig. 9 Contact path results for case 3 with no assembly errors when $u_0=0, u=0$

为 $a_1=-0.02\text{ mm}^{-1}, a=0.003\text{ mm}^{-1}$ 时,面齿轮接触路径沿齿长方向分布。

由图 10、图 11 可知,实例 2 中,在无安装误差条件下,当 $u=0$,小轮齿廓修形抛物线顶点位置参数 u_0 分别取 1 mm 和 -1 mm 时,接触路径沿大轮齿廓向上或向下移动;当 $u_0=0$,齿向修形抛物线顶点位置参数 u 分别取 3 mm 和 -3 mm 时,接触路径沿大轮齿向外侧或内侧移动。

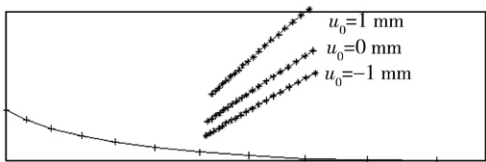


图 10 实例 2 无安装误差条件下 $u=0$ 时,齿廓修形抛物线顶点位置对接触路径影响

Fig. 10 Control of the path of contact for u_0 with no assembly errors under $u=0$ for case 2

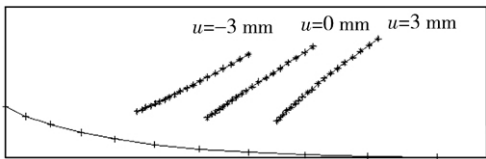
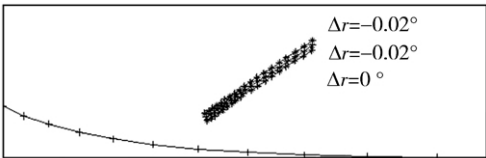


图 11 实例 2 无安装误差条件下 $u_0=0$ 时,齿向修形抛物线顶点位置对接触路径影响

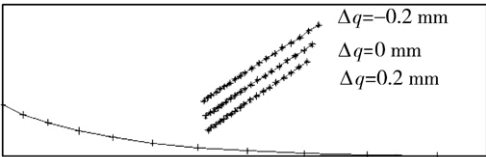
Fig. 11 Control of the path of contact for u with no assembly errors under $u_0=0$ for case 2

图 12 显示,在实例 2 中,非对准安装条件下,小轮双向修形面齿轮副接触路径对 $\Delta r, \Delta E$ 不敏感,对 Δq 较敏感,和实例 1 相比,对误差的敏感性明显降低。

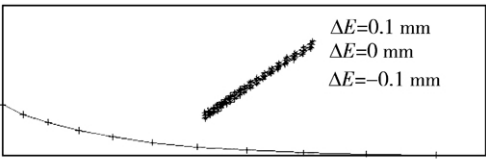
通过实例 2、实例 3 跟实例 1 比较可知,大轮产形轮跟小轮无齿数差时,通过小轮双向修形得到的点接触面齿轮副啮合性能明显优于传统的通过齿数差实现的点接触面齿轮副。



(a) $\Delta q=0, \Delta E=0, u_0=0, u=0$



(b) $\Delta r=0, \Delta E=0, u_0=0, u=0$



(c) $\Delta r=0, \Delta q=0, u_0=0, u=0$

图 12 实例 2 含安装误差时接触路径

Fig. 12 Contact path with assembly errors for case 2

4 结 论

通过对面齿轮副的小轮双向修形及 TCA 分析,可得到以下结论:

- 1) 通过小轮双向修形可得到点接触面齿轮副,啮合性能明显优于传统的通过齿数差实现的点接触面齿轮副。
- 2) 能实现对面齿轮副局部共轭啮合特性的预控。①对小轮双向修形可使面齿轮接触路径与根锥倾斜成一定角度或沿齿长方向分布,减小了边缘接触的可能性;②能获得开口向下抛物线传动误差;③改变双向修形抛物线系数能控制接触路径在齿面上倾斜程度;改变双向修形抛物线顶点位置参数能控制接触路径沿齿廓和齿向的移动。
- 3) 具有较好的容差能力。

修形后面齿轮副接触路径对安装误差的容差能力得到明显改善。

该方法对避免面齿轮副传动的边缘接触,抑制其啮合振动、噪声具有重要的理论意义。

参考文献:

[1] Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. Cambridge, Cambridge University Press, 1994.
[2] Litvin F L, Egelja A. Handbook on face gear drives with a spur involute pinion[J]. NASA/CR-2000-209909, 2000.
[3] Litvin F L. Transaction of the ASME[J]. Journal of Me-

chanical Desing,1994,116:672-676.

[4] Litvin F L,Zhang Y,Wang J C. Design and geometry of face-gear drive[J]. Journal of Mechanical Design,1992,114(4):642-647.

[5] 沈小星,周云飞,李左章,等. 螺旋锥齿轮点接触齿面生成法[J]. 中国机械工程,1999,10(7):796-798.
SHEN Xiaoxing,ZHOU Yunfen,LI Zuozhang,et al. Design of local conjugate surface of spiral bevel gears[J]. China Mechanical Engineering,1999,10(7):796-798. (in Chinese)

[6] 王延忠,熊巍,张俐,等. 面齿轮齿面方程及其轮齿接触分析[J]. 机床与液压,2007,3(12):7-9.
WANG Yanzhong,XIONG Wei,ZHANG Li,et al. Tooth surface equations and tooth contact analysis of face gear[J]. Machine & Hydraulics,2007,3(12):7-9. (in Chinese)

[7] Litvin F L,Fuentes A,Zanza C,et al. Design,generation, and stress analysis of two versions of geometry of face gear drives[J]. Mechanism and Machine Theory,2002,37(10):1179-1211.

[8] Litvin F L,Fuentes A,Howkins M. Design,generation and TCA of new type of asymmetric face-gear drive with modified geometry[J]. Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.,2001,190(43/44):5837-5865.

[9] 赵宁,郭辉,方宗德,等. 直齿面齿轮修形及承载接触分析[J]. 航空动力学报,2008,23(11):2142-2146.
ZHAO Ning,GUO Hui,FANG Zongde,et al. Modification and loaded contact analysis of spur face gears[J]. Journal of Aerospace Power,2008,23(11):2142-2146. (in Chinese)

[10] 沈云波,方宗德,赵宁,等. 齿廓方向修形的斜齿面齿轮啮合特性研究[J]. 中国机械工程,2008,19(18):2219-2222.
SHEN Yunbo,FANG Zongde,ZHAO Ning,et al. Meshing performance of modified face gear drive with helical pinion in the profile driction[J]. China Mechanical Engineering,2008,19(18):2219-2222. (in Chinese)

[11] 袁野. 齿轮噪声与齿轮修形[J]. 机械研究与应用,2006,19(5):7-8.
YUAN Ye. The study of gear yawps and gear profiling[J]. Mechanical Research & Application,2006,19(5):7-8. (in Chinese)

[12] 沈云波,方宗德,赵宁,等. 斜齿面齿轮几何传动误差的设计[J]. 航空动力学报,2008,23(11):2147-2152.
SHEN Yunbo,FANG Zongde,ZHAO Ning,et al. Design of geometry transmission errors of helical face gear drive[J]. Journal of Aerospace Power,2008,23(11):2147-2152. (in Chinese)

[13] 苏进展,方宗德,催艳梅. 弧线齿面齿轮齿面接触分析[J]. 航空学报,2011,32(3):546-551.
SU Jinzhan,FANG Zongde,CUI Yanmei. Tooth contact analysis on face gears with arcuate tooth [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2011,32(3):546-551. (in Chinese)

[14] 苏进展,方宗德,曹雪梅. 成形法加工的弧线齿面齿轮几何接触分析[J]. 航空动力学报,2010,25(6):1427-1431.
SU Jinzhan,FANG Zongde,CAO Xuemei. Tooth contact analysis of face gear drive with curvilinear shaped tooth by format cutting[J]. Journal of Aerospace Power,2010,25(6):1427-1431. (in Chinese)

[15] 赵宁,曾晓春,郭辉,等. 斜齿面齿轮齿面仿真及其轮齿接触分析[J]. 航空动力学报,2008,23(10):1927-1932.
ZHAO Ning,ZENG Xiaochun,GUO Hui,et al. Tooth contact analysis of face gear drive with helical pinion and simulation of the tooth face[J]. Journal of Aerospace Power,2008,23(10):1927-1932. (in Chinese)